

GÜNTER STRASSTERT

Möglichkeiten und Probleme regionaler Input-Output-Analyse*

Ein Zwischenfazit

0. Problemstellung

Das statistische System ist bislang nicht auf die Belange von Input-Output-Rechnungen und insbesondere nicht auf jene regionaler Art ausgerichtet. Die Auffaltung dieser Problematik reicht jedoch, so wichtig dies ist, nicht aus, um die Notwendigkeit und die Dringlichkeit von bestimmten Verbesserungen der statistischen Grundlage plausibel zu machen. Die Motivation für entsprechende Initiativen muß sich vielmehr aus den Möglichkeiten der Verwendung regionaler Input-Output-Tabellen ableiten. Die folgenden Ausführungen erstrecken sich primär auf diesen Themenbereich. Dabei sollen die Probleme, die der Nutzung der Möglichkeiten entgegenstehen, keineswegs verkannt werden. Die Möglichkeiten und Probleme der Input-Output-Analyse auf gesamtwirtschaftlicher Ebene unterscheiden sich nicht grundsätzlich von denen auf regionaler Ebene, wohl aber ist manches etwas differenzierter zu sehen.

1. Regionale Input-Output-Tabellen als Parameter-Lieferant für Input-Output-Modelle**1.1 Interpretationen regionaler Input-Output-Tabellen**

Man kann sagen, daß die Hauptaufgabe regionaler Input-Output-Tabellen darin besteht, die Parameter für In-

put-Output-Modelle zu liefern, d. h. die sog. Input- und/oder Outputkoeffizienten. Jedoch ist, bevor auf diesen Zusammenhang näher eingegangen wird, zu betonen, daß auch die einfache interpretative Auswertung einer Input-Output-Tabelle äußerst interessante Informationen vermitteln kann. Insbesondere ist hervorzuheben:

1. Eine regionale Input-Output-Tabelle ist eine spezielle Art einer Regionalen Gesamtrechnung, eine Gesamtrechnung, die auf eine Detaillierung des Produktionsbereichs und der dort gegebenen Empfangs- und Lieferverflechtungen abhebt¹. Eine Input-Output-Tabelle kann grundsätzlich dieselbe Sinnhaftigkeit in Anspruch nehmen wie die VGR überhaupt.
2. Regionale Input-Output-Tabellen ermöglichen den Vergleich mit anderen Produktionsstrukturen. Durch bestimmte Ordnungen der Input-Output-Daten – etwa mittels sogenannter Triangulierung – läßt sich der sektorale Aufbau verschiedener Wirtschaften verdeutlichen und vergleichen².

und des Ausschusses Statistik des Betriebes am 3. bis 5. Oktober 1973.

¹ Vgl. hierzu u. a.: Yanovsky, M.: *Anatomy of social accounting systems*. – London 1965; S. 226 ff. / Strassert, G.: *Möglichkeiten und Grenzen der Erstellung und Auswertung regionaler Input-Output-Tabellen*. – Berlin 1968; S. 20 ff. / Lebert, B.: *Bedeutung und Auswertung regionaler Input-Output-Tabellen*. – Tübingen 1970; S. 53 ff.

² Vgl. hierzu u. a.: Chenery, H. B.; T. Watanabe: *Internationale*

* Geänderte Fassung eines Vortrages, gehalten auf der 44. Jahreshauptversammlung des Ausschusses für Regionalstatistik

3. Um besonders interessierende Zusammenhänge einer ersten Analyse zu unterziehen, können verschiedene Kennziffern, d. h. vor allem Gliederungszahlen, ermittelt werden. Von besonderem Interesse sind auf regionaler Ebene Import- und Exportquoten je Sektor und Anteile, die ein Sektor entweder als Lieferant oder als Empfänger am Gesamtinput bzw. Gesamtoutput eines anderen Sektors ausmacht³. Die zuletzt genannten Größen sind bereits die Input- oder Outputkoeffizienten, die für Input-Output-Modelle als Parameter benötigt werden.

1.2 Sogenannte offene statische Leontief-Modelle

An Input-Output-Modellen können unterschieden (und in Matrixschreibweise dargestellt) werden:

- das Mengenmodell
 - auf der Basis von Inputkoeffizienten:

$$X = (I - A)^{-1} \cdot Y$$
 - auf der Basis von Outputkoeffizienten:

$$X = (I - B)^{-1} \cdot V$$
- das Preismodell: $P = (I - A')^{-1} \cdot V$

Besonders häufig, d. h. so gut wie die Regel, ist das Mengenmodell auf der Basis von Inputkoeffizienten.

Zur Verdeutlichung der hier angesprochenen modelltheoretischen und modelltechnischen Zusammenhänge diene das im Anhang aufgeführte Zwei-Sektoren-Zahlenbeispiel. Gleichzeitig wird auch der Zusammenhang zwischen dem Mengen- und dem Preismodell deutlich. Ferner wird das Outputkoeffizienten-Modell aufgeführt (Anhang, Gliederungspunkt 4).

2. Zur Leistungsfähigkeit von regionalen Input-Output-Modellen als Projektionsinstrumenten

2.1 Generelle Probleme

Im allgemeinen wird der Hauptzweck der Input-Output-Analyse darin gesehen, Projektionen der sektoralen Produktion vorzunehmen. Hierbei ist die Verwendung des Input-Output-Modells auf der Basis von Inputkoeffizienten die Regel. Wie anhand des Zahlenbeispiels im Anhang beschrieben, werden die Inputkoeffizienten einer – möglichst aktuellen – Input-Output-Tabelle entnommen und zu Matrixmultiplikatoren umgeformt. Nimmt man Inputkoeffizienten und somit die Matrixmultiplikatoren als für den Projektionszeitraum konstant an, so kann die zukünftige sektorale Produktion in Abhängigkeit einer vorgegebenen Endnachfrage ermittelt werden.

Ein Charakteristikum der Input-Output-Projektion wird sofort deutlich: Voraussetzung für die Input-Output-Projektion ist eine Prognose der Endnachfrage und damit bereits eines Teils der zu projizierenden sektoralen Produktion.

Die Vorausschätzung der Endnachfrage je Sektor nach dem Komponenten privater und staatlicher Verbrauch, Bruttoanlageninvestition, Exporte und eventuell Importe ist jedoch ein schwieriges Geschäft. Es ist klar, daß bei Sektoren, bei denen die Endnachfrage im Vergleich zur Zwischennachfrage relativ bedeutungsvoll ist, die Hauptlast der Prognose exogen bestimmt ist. Mit dieser Überlegung in Einklang steht die Beobachtung, daß der Projektionsfehler bei Sektoren mit einem relativ großen Endnachfrageanteil kleiner ist als bei Sektoren, die einen relativ kleinen Endnachfrageanteil aufweisen⁴.

Gerade bei kleinem Endnachfrageanteil kommen die problematischen Annahmen des Input-Output-Modells (insbesondere konstante Inputkoeffizienten und Matrixmultiplikatoren) zum Tragen; die Wahrscheinlichkeit eines großen Projektionsfehlers ist somit für die Sektoren mit einem niedrigen Endnachfrageanteil am höchsten⁵.

Es verwundert nicht, wenn auf Grund empirischer Tests festgestellt wurde, daß die Input-Output-Projektionsmethode anderen einfacheren Projektionsmethoden (wie einfache Fortschreibungen und Regressionen) nur dann überlegen ist, wenn der Endnachfrageanteil der Sektoren hoch ist, während bei niedrigem Endnachfrageanteil der Sektoren die einfacheren Methoden ähnliche oder auch bessere Resultate aufweisen⁶. In dem Maße, wie ein großer Teil der Projektion exogen ist – und das ist bei hohem Endnachfrageanteil der Fall – und nicht auch die Prognosefehler bei der Vorausschätzung der Endnachfrage berücksichtigt werden, gewinnt die Input-Output-Projektion einen ungerechtfertigten Vorteil bei der Beurteilung. Im übrigen zeigen auch frühere ausländische Untersuchungen, daß die Input-Output-Prognose mit länger werdendem Prognosezeitraum nicht weniger fehlerhaft ist als andere Prognoseverfahren auch⁷. Schon im Hinblick auf die Annahme zeitlich invarianter Inputstrukturen erscheint es logisch, daß der Input-Output-Projektionsmethode ein kurz- bis mittelfristiger Projektionszeitraum adäquat ist.

2.2 Besondere Probleme auf regionaler Ebene

Es stellt sich die Frage, ob auf regionaler Ebene mit einem größeren Fehlerbereich der Input-Output-Projektion gerechnet werden muß. Für diese Vermutung sprechen folgende Gründe:

1. Die Schätzprobleme nehmen mit weitergehender regionaler Tiefengliederung wegen der Verknappung stati-

tional comparisons of the structure of production. In: *Econometrica*. Bd. 26 (1958), S. 487 ff. / *Helmstädter, E.*: Die Dreiecksform der Input-Output-Matrix und ihre möglichen Wandlungen im Wachstumsprozeß. In: *Strukturwandlungen einer wachsenden Wirtschaft*. – Berlin 1964. = Schriften des Vereins für Socialpolitik. N. F., Bd. 30/II; S. 1005 ff. / *Derselbe*: Ein Vergleich der Hierarchie der Wirtschaftsgruppen in den EWG-Ländern. In: *Statistische Hefte*. 6. Jg. (1964) S. 19 ff. / *Strassert, G.*: Möglichkeiten und Grenzen . . . , a. a. O., S. 91 ff.

3. Vgl. hierzu z. B. die Berechnungen von *Lehbert* für Schleswig-Holstein 1962 und 1966. *Lehbert, B.*: Bedeutung und Auswertung . . . , a. a. O., S. 38 ff.

4. Vgl. *Ehret, H.*: Die Anwendbarkeit von Input-Output-Modellen als Prognoseinstrument. – Berlin 1970; S. 49 ff.

5. Vgl. *Ehret, H.*: Die Anwendbarkeit . . . , a. a. O., S. 54.

6. Vgl. ebenda, S. 79.

7. Vgl. *Hatanaka, M.*: The workability of input-output analysis. – Ludwigshafen 1960; S. 296. / *Gosh, A.*: Experiments with input-output models. An application to the economy of the United Kingdom, 1948–1955. – Cambridge 1964; S. 48 ff.

stischer Unterlagen zu. Die praktischen Schwierigkeiten regionaler Input-Output-Rechnung beginnen bereits bei den Eckdaten, d. h. den Summengrößen einer Input-Output-Tabelle. Bevor die Erstellung der Transaktionsmatrix – der hauptsächlich interessierende Bereich – in Angriff genommen werden kann, muß erst erheblicher Aufwand getrieben werden, um die sektoralen Bruttoproduktionswerte und deren Teilgrößen Beitrag zum Bruttoinlandsprodukt und gesamte Vorleistungen zu ermitteln. Hierbei ergeben sich nicht geringe Schätzprobleme, u. a. im Hinblick auf die Behandlung des Handelsumsatzes und des Handwerks.

Im Zusammenhang mit der Erstellung der Transaktionsmatrix, d. h. der Schätzung der Inputstrukturen, sei hier nur auf die besondere Schwierigkeit hingewiesen, die Vorleistungsimporte – möglichst sektoral differenziert – zu bestimmen. Ferner muß die Bestimmung der Endnachfrage ohne die Hilfe einer Sozialproduktverwendungsrechnung erfolgen. Die – sektoral differenzierte – Ermittlung von Export- und Importströmen ist ein Problem, das auf regionaler Ebene auf Grund der im allgemeinen vergleichsweise hohen Außenabhängigkeit kleiner Wirtschaftsräume von besonderer Bedeutung ist und dem besondere statistische Schwierigkeiten entgegenstehen⁸.

2. Regionale Input-Output-Tabellen werden zum Teil für solche Gebiete erstellt, die sich im Strukturwandel befinden, um die besonderen Probleme der Produktionsstruktur analysieren zu können⁹. Jedoch sind hier Input-Output-Projektionen besonders problematisch, da zeitlich invariante Inputstrukturen von vornherein nicht erwartet werden können.
3. Die regionale Verflechtungsstruktur ist oft weit stärker durch bestimmte Einseitigkeiten gekennzeichnet als die Verflechtungsstruktur für die Gesamtwirtschaft. Beispielsweise ist der Output bestimmter Sektoren auf einige wenige Hauptabnehmer konzentriert. Veränderungen in der Inputstruktur eines Abnehmersektors sind in diesem Fall von größerer Bedeutung für die Outputentwicklung der betroffenen Sektoren als im Fall breiter gestreuten Absatzes auf mehrere Abnehmersektoren. Das Schätzrisiko scheint in solchen Fällen größer zu sein¹⁰.

2.3 Entwicklungsmöglichkeiten und Fazit

Angesichts der erheblichen Schätzprobleme und Fehlerisiken, die mit Input-Output-Projektionen verbunden sind, erhebt sich die Frage, ob es sinnvoll ist, den Zweck

von Input-Output-Tabellen ausschließlich oder vorwiegend darin zu sehen, die Parameter für ein Prognosemodell zu liefern. Läßt sich die Frage bereits generell stellen, so stellt sie sich noch dringlicher für die regionale Input-Output-Analyse.

Es ist klar, daß diese Frage immer wieder neu zu stellen ist, wenn Fortschritte im Hinblick auf die empirische Basis oder im Hinblick auf das methodische Konzept erzielt werden. Solche Fortschritte zeichnen sich ab, wenn es über die bescheidenen Anfänge hinaus gelingt, Investitionsmatrizen zu erstellen, die die Basis für ein dynamisches Input-Output-Modell oder für die Antizipation von Veränderungen von Inputstrukturen bilden¹¹. Vergleichsweise schwach durchleuchtet sind bislang die Möglichkeiten, für Projektionen Input-Output-Modelle auf der Basis von Outputkoeffizienten zu verwenden. Die Interpretation des Input-Output-Modells ist bislang primär produktions-theoretisch orientiert, und folgerichtig werden Inputkoeffizienten verwendet. Jedoch haben auch markttheoretische Interpretationen (z. B. im Hinblick auf realistische Marktformen und Absatzpolitiken) ihre Berechtigung und damit auch die Verwendung von Outputkoeffizienten. Ein Entweder-Oder erscheint hier nicht angebracht; vielmehr sollte den Möglichkeiten der Kombination beider Koeffizientenkategorien verstärkt nachgegangen werden¹².

Ferner ist auf neuere Versuche in Holland hinzuweisen, die darauf abzielen, in das Input-Output-Modell standorttheoretische Überlegungen einzubeziehen. So wird versucht, im Rahmen von sogenannten Attraktivitätsmodellen¹³ die Veränderung von Sektorproportionen auch auf den Einfluß von Kommunikationskosten¹⁴ im weiteren Sinne zurückzuführen. Es zeichnet sich hier ein weiterer Ansatzpunkt dafür ab, die Leistungsfähigkeit von Input-Output-Modellen für sektorale Projektionen zu verbessern.

Über die Leistungsfähigkeit von Input-Output-Modellen für sektorale Projektionen kann heute noch nicht abschließend befunden werden. Jedoch liefern gerade die besonderen Schwierigkeiten auf regionaler Ebene Anlaß, darüber nachzudenken, welche Verwendungsmöglichkeiten

11 Vgl. u. a. *Leontief, W.*: Dynamic analysis. In: Studies in the structure of the american economy. Theoretical and empirical explorations in input-output-analysis. Hrsg.: *W. Leontief*. – New York 1953; S. 53 ff. / *Jaksch, J.*: Eine Typisierung dynamischer Input-Output-Modelle. In: Zeitschrift für Nationalökonomie. 24. Jg. (1969) H. 4, S. 403 ff. / *Mertens D.; W. Kirner*: Input-Output-Rechnung. Investitionsverflechtung in der BRD 1950–1970. – Berlin 1967. = DIW-Beiträge zur Strukturforschung, H. 1.

12 Vgl. *Gosh, A.*: Experiments with input-output-models, a. a. O., S. 62. / *Ehret, H.*: Die Anwendbarkeit . . . , a. a. O., S. 104 ff.

13 Vgl. *Klaassen, L. H.; A. C. van Wickeren*: Interindustry relations: an attraction model, a progress report. In: *Bos, H. C.*: Towards balanced international growth. – Amsterdam-London 1969. / *van Wickeren, A. C.*: Interindustry relations: some attraction models. – Enschede 1971.

14 »Communication cost in this context should be defined as every cost – foregone profits included – that results from the non-proximity of required raw materials, semiproducts, information, power, labour and customers.« *A. C. van Wickeren*, a. a. O., S. 3.

8 Vgl. *Strassert, G.*: Möglichkeiten und Grenzen . . . , a. a. O., S. 46 ff.

9 Vgl. z. B. *Müller, J. H.* (und Mitarb.): Probleme der Wirtschaftsstruktur des Saarlandes. (Hrsg.:) Europ. Gemeinschaft für Kohle und Stahl. Hohe Behörde. – Luxemburg 1967. / Untersuchungen zur Energiesituation. Input-Output-Analysen. (Hrsg.:) Der Minister für Wirtschaft, Mittelstand und Verkehr des Landes Nordrhein-Westfalen. o. O. u. J. (Düsseldorf 1967).
10 Vgl. auch *Ehret, H.*: Die Anwendbarkeit . . . , a. a. O., S. 56 ff.

ein Input-Output-Modell noch bietet, wenn man von Projektionen in stärkerem Maße absieht.

3. Andere Möglichkeiten der Wirkungsanalyse auf der Grundlage von Input-Output-Modellen

3.1 Analyse der Endnachfrageabhängigkeit der regionalen Produktionssektoren

Das Input-Output-(Mengen-)Modell z. B. auf der Basis von Inputkoeffizienten ermöglicht es, die Veränderungen in der jeweiligen Höhe der sektoralen Produktionen abzuschätzen, die als Folge von Veränderungen im Bereich der Endnachfrage auftreten. Dabei muß es sich nicht um prognostizierte Endnachfrageveränderungen handeln, sondern es können auch alternative Möglichkeiten durchgeprüft werden. So kann beispielsweise ermittelt werden, welche Auswirkungen auf Produktionshöhe und sektorale Proportionen jeweils eine zehnprozentige Erhöhung oder Verminderung der Endnachfragekomponenten Konsum, Investition und Export haben könnte¹⁵. Oder es können die den einzelnen Sektoren zuzuordnenden Endnachfragekomponenten variiert werden. Eine Verdoppelung der Endnachfrage y_2 des Sektors 2 im Zahlenbeispiel im Anhang (Gliederungspunkt 1.2) von $y_2 = 30$ auf $y_2 = 60$ führt rein rechnerisch dazu, daß die Produktion des Sektors 1 von 100 auf rd. 120 und die Produktion des Sektors 2 von 50 auf rd. 87 Einheiten steigt.

Zweck solcher Analysen ist es, die Reagibilität einer Wirtschaft auf bestimmte mögliche, beabsichtigte oder unbeabsichtigte Änderungen in der Endnachfrage zu testen¹⁶ und die Ursachen sektoraler Produktionsentwicklungen durch das Stadium der sektoralen Interdependenzen besser zu erkennen.

3.2 Bestimmung von Endnachfragevektoren

Die Endnachfrage muß jedoch nicht immer vorgegeben sein; vielmehr kann in der Bestimmung von Niveau und Struktur der Endnachfrage auch das Problem gesehen werden. Diese Problemstellung liegt nahe, wenn bei den Produktionssektoren Kapazitäts(ober)grenzen zu berücksichtigen sind und somit nicht jede Endnachfrage befriedigt werden kann.

Zur Illustration der Überlegungen seien in unser Zahlenbeispiel (Anhang, Gliederungspunkt 1.2) für beide Sektoren Kapazitätsbeschränkungen eingeführt. Für den Sektor 1 sei unterstellt: die Produktion des Sektors 1 könne höchstens noch eine Höhe erreichen, die 20 % unterhalb der bisherigen liegt¹⁷ ($X_1 \leq 80$, bisher $X_1 = 100$). Für den Sektor 2 entspreche die Kapazitätsobergrenze der bisherigen Produktionshöhe ($X_2 \leq 50$).

Es gelten dieselben Matrixmultiplikatoren wie bisher, da sie auf unveränderten Inputkoeffizienten basieren: Die Inputkoeffizienten bleiben unverändert, weil eine Produktionsobergrenze ohne Einfluß auf den durch die Produktionstechnik bedingten Input je Outputeinheit ist. Die im Anhang (1.2) aufgeführten Gleichungen können nun wie folgt als Nebenbedingungen geschrieben werden:

$$X_1 = 1,457 \cdot Y_1 + 0,662 Y_2 \leq 80$$

$$X_2 = 0,232 \cdot Y_1 + 1,242 Y_2 \leq 50$$

Eine Produktionseinschränkung beim Sektor 1 erfordert eine Reduktion der effektiven Endnachfrage, jedoch kann nicht von vornherein gesagt werden, wie der Endnachfragevektor aussieht, der gewährleistet, daß die insgesamt verfügbare Produktionskapazität gerade ausgelastet ist. Grundsätzlich kommt für eine Reduktion nicht nur die einem Sektor mit Produktionsbeschränkung direkt zugeordnete Endnachfrage in Betracht (in unserem Beispiel Y_1), sondern wegen der indirekten Produktionsbeziehungen auch jede andere Endnachfragekomponente (in unserem Beispiel Y_2).

Verwendet man die oben aufgeführten Nebenbedingungen als Bestimmungsgleichungen und löst nach Y_1 und Y_2 auf, so ergibt sich für $Y_1 \sim 40$ und $Y_2 \sim 33$. Gegenüber der Ausgangssituation hat sich der Endnachfragevektor geändert, wobei theoretisch nur Y_1 abnehmen (von 55 auf 40) und Y_2 sogar zunehmen (von 30 auf 33) müßte. Dies ist eine Frage der unterstellten funktionalen Beziehungen, d. h. insbesondere der Substituierbarkeit von Y_1 und Y_2 bei Aufrechterhaltung eines bestimmten Produktionsniveaus. Muß man eine Erhöhung von Endnachfragekomponenten (in unserem Beispiel bei Y_2) aus wirtschaftspolitischen Gründen ausschließen, so kann dem Input-Output-Modell zufolge die insgesamt zur Verfügung stehende Produktionskapazität nicht voll ausgeschöpft werden.

Die hier angestellten Überlegungen zeigen, daß mit Hilfe eines Input-Output-Modells¹⁸ insofern Entscheidungshilfen gewonnen werden können, als Alternativen für eine Beeinflussung der Endnachfrage erkennbar werden – Alternativen, die von den Entscheidungsträgern im Hinblick auf ihre politische Wünschbarkeit zu beurteilen sind.

3.3 Analyse von Preiswirkungen

Wirkungsanalysen können auch beim Primärintput oder bei einzelnen Komponenten der sektoralen Wertschöpfung ansetzen und die Abschätzung von Preiseffekten von bestimmten Variationen im Bereich der Wertschöpfung zum Ziel haben. So können z. B. anhand des Preismodells die Preiswirkungen von Lohnerhöhungen abgeschätzt werden. Steigt in unserem Zahlenbeispiel im Anhang (Gliederungspunkt 2) der Preis für den Faktor Arbeit beispielsweise um 10 % von 0,80 auf 0,88, so läßt sich mit Hilfe der Matrixmultiplikatoren ermitteln, daß p_1 von 2 auf 2,12

15 Vgl. z. B. Spehl, H.: Regionale und multiregionale Input-Output-Rechnung, dargestellt am Beispiel des Landes Hessen. – Münster 1971; S. 46 ff.

16 Vgl. Lebbert, B.: Bedeutung und Auswertung . . . , a. a. O., S. 4.

17 Z. B. als Folge einer Energieverknappung.

18 Das verwendete Beispiel läßt trotz seiner extrem vereinfachten Form bereits erkennen, daß im Rahmen der Input-Output-Analyse die Anwendung der Programmierungstechnik notwendig werden kann.

und p_2 von 5 auf 5,05 steigt. Wird die zehnpromzentige Erhöhung dagegen im Sektor 2 vorgenommen, so steigt p_1 von 2 auf 2,08 und p_2 von 5 auf 5,44.

Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, daß solche Rechnungen lediglich Größenordnungsvorstellungen ermöglichen und nicht zu exakten Aussagen führen können oder verführen dürfen. Dennoch dürfte es möglich sein, auf der Grundlage regionaler Modelle zu Aussagen über regionale Besonderheiten, etwa über nicht dem gesamtwirtschaftlichen Durchschnitt entsprechende Preisentwicklungen, zu gelangen.

3.4 Ermittlung motorischer Sektoren und Sektorgruppen

Kehren wir vom Input-Output-Preismodell wieder zurück zum Input-Output-Modell auf der Basis von Input-Koeffizienten. Da es im folgenden von Bedeutung ist, auch die volkswirtschaftliche Gesamtproduktion zu betrachten, die Produktionen der Sektoren 1 und 2 also zusammenzufassen, ist es zweckmäßig, von einer Input-Output-Tabelle mit Werten auszugehen (vgl. Anhang, Gliederungspunkt 3). Dieses Modell bietet weitere Möglichkeiten der Wirkungsanalyse, die über die bereits angesprochene Analyse der Endnachfrageabhängigkeit hinausgehen und sich intensiver mit dem sektoralen Wirkungsgefüge befassen. Hierher gehört z. B. der Versuch, Sektoren zu ermitteln, die auf Grund ihrer spezifischen Integration in die intersektoralen Produktionsbeziehungen von erheblichem Einfluß auf das Produktionsniveau aller anderen Sektoren sind oder sein können. Außerdem gilt es, jene Sektoren zu identifizieren, die in der Regel als vorwiegend abhängige Sektoren fungieren. Es handelt sich hier um eine Fragestellung, die besonders auf regionaler Ebene von Interesse ist. Es sei hier nur an die verschiedene Ansätze vereinigende »Théorie de la polarisation« erinnert¹⁹.

Es gibt mehrere Versuche, mit Hilfe des Input-Output-Modells motorische Sektoren zu ermitteln²⁰, jedoch ist die Art und Weise des zweckmäßigsten Vorgehens noch nicht ausdiskutiert. Eine naheliegende Möglichkeit ist es, sich an den Matrixmultiplikatoren zu orientieren und zu prüfen, bei welchem Sektor eine bestimmte zusätzliche Endnachfrage am günstigsten wäre, weil dann die Produktion anderer Sektoren am meisten stimuliert würde²¹. In unserem Zahlenbeispiel im Anhang (Gliederungspunkt 3.2) kann an den Matrixmultiplikatoren abgelesen werden, daß Sektor 1 den Sektor 2 stärker beeinflußt als umgekehrt.

19 Vgl. in diesem Zusammenhang die zusammenfassende Darstellung von Eisenhammer, D.: Motorische Produktionssektoren im Rahmen regionaler und nationaler Input-Output-Tabellen. – Würzburg 1974; S. 21 ff.

20 Vgl. Schultz, S.: Quantitative Kriterien zur sektoralen Verteilung von Entwicklungshilfe. Versuch einer empirischen Identifizierung von Schlüsselsektoren. In: Vierteljahresshefte zur Wirtschaftsforschung. (1970) H. 4, S. 246 ff. / Hazari, B. R.: Empirical identification of key sectors in the Indian economy. In: The Review of Economics and Statistics. 52. Jg. (1970) Nr. 3, S. 301 ff.

21 Vgl. z. B. Leibert, B.: Bedeutung und Auswertung . . . , a. a. O., S. 57 ff. Eine Modifikation dieses Ansatzes befindet sich bei Eisenhammer, D.: Motorische Produktionssektoren . . . , a. a. O., S. 40 ff.

Dieser Analyseansatz erscheint aus verschiedenen Gründen nicht umfassend genug; insbesondere ist zu berücksichtigen, daß ein Sektor auch dann ein bedeutender Faktor im sektoralen Interdependenzzusammenhang sein kann, wenn die ihm zugeordnete Endnachfrage nur klein oder null ist und er nur oder vorwiegend für den Zwischenbedarf produziert. Solche Überlegungen führen zu dem Ansatz, die Sektoren alternativ aus dem Verflechtungsgefüge zu extrahieren und zu prüfen, um wieviel die Gesamtproduktion zurückgeht, wenn es den (fiktiv) extrahierten Sektor nicht gäbe²².

In unserem Zwei-Sektoren-Zahlenbeispiel (Anhang 3) ist die Sektorextraktion recht einfach: Wenn der eine Sektor extrahiert wird, verbleibt lediglich eine Gesamtproduktion in der Größenordnung der Endnachfrage des anderen Sektors, da ja die Zwischennachfrage durch Importe ersetzt werden muß und indirekte Produktionswirkungen entfallen²³. Wird der Sektor 1 extrahiert, so sinkt die Gesamtproduktion von 450 auf 132; der gesamte Extraktionseffekt des Sektors 1 beträgt somit $450 - 132 = 318$. Wird der Sektor 2 extrahiert, so sinkt die Gesamtproduktion von 450 auf rd. 83; der gesamte Extraktionseffekt des Sektors 2 beträgt somit $450 - 83 = 367$.

Interessiert nicht der gesamte Extraktionseffekt, sondern insbesondere die Wirkungen des einen Sektors auf die Produktion des anderen Sektors, so ist vom gesamten Extraktionseffekt die Gesamtproduktion des extrahierten Sektors abzuziehen. Der Sektor 1 stimuliert demnach die Produktion des Sektors 2 in Höhe von 118 ($= 318 - 200$), während der Sektor 2 die Produktion des Sektors 1 in Höhe von 117 ($= 367 - 250$) stimuliert. Gewichtet man diese »motorischen Effekte« aus Gründen der Vergleichbarkeit mit der Gesamtproduktion des jeweils betrachteten Sektors, so ergeben sich folgende Kennziffern: für den Sektor 1: $118/200 = 0,59$; für den Sektor 2: $117/250 =$

22 Vgl. hierzu Paelinck, J.; J. de Caewel; J. Degueldre: Analyse quantitative de certains phénomènes du développement régional polarisé. Essai de simulation statique d'itinéraires de propagation. In: Problèmes de conversion économique, analyses théoriques et études appliquées. – Paris 1965; S. 341 ff. / Strassert, G.: Möglichkeiten und Grenzen . . . , a. a. O., S. 100 f. / Derselbe: Zur Bestimmung strategischer Sektoren mit Hilfe von Input-Output-Modellen. In: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 182 (1968) H. 3, S. 211 ff.

23 In diesem Zusammenhang ist zu beachten, daß die Zwischennachfrage auch die intrasektoralen Produktionsbeziehungen umfaßt: Zur Produktion von Gütern des Sektors i benötigt dieser Sektor als Vorleistungen auch Güter von sich selbst. Insofern wird also Zwischennachfrage nicht durch Importe ersetzt. Das bedeutet, daß der Sektor i mehr als seine Endnachfrage produziert, und zwar

$$\frac{1}{1 - a_{ii}} \cdot y_i$$

(wobei $i = j$, a_{ii} : intrasektoraler Inputkoeffizient). Nach Extraktion des jeweils anderen Sektors ergibt sich demnach für den Sektor 1 eine Restproduktion in Höhe von

$$\frac{1}{1 - 0,25} \cdot 110 = 82,50$$

für den Sektor 2 eine Restproduktion in Höhe von

$$\frac{1}{1 - 0,12} \cdot 150 = 132$$

0,47. Der Sektor 1 kann also gegenüber dem Sektor 2 als motorischer Sektor bezeichnet werden.

Ähnliche Analysen können anstatt für jeden Sektor einzeln auch für bestimmte Sektorgruppen durchgeführt werden. Solche Sektorgruppen, die insbesondere für manche Regionalstudien von Interesse sind, könnten z. B. aus Sektoren zusammengesetzt sein, die eine hohe Verflechtung untereinander und eine relativ geringe Verflechtung mit den übrigen Sektoren der Wirtschaft aufweisen²⁴. Ein Verflechtungskomplex ist z. B. der Kohle-Stahl-Bereich. Solche Analysen liefern wichtige Informationen über Notwendigkeiten und Ansatzpunkte einer Politik zur Beeinflussung der regionalen Wirtschaftsstruktur.

3.5 Erweiterung eines Input-Output-Modells um neue Sektoren

Ein Input-Output-Modell kann auch dafür verwendet werden, die Wirkungen neuer Sektoren auf Produktion und Einkommen abzuschätzen. Als Stichworte seien in diesem Zusammenhang Importsubstitution²⁵ und Umweltschutz genannt. Für den Fall einer hohen Importabhängigkeit einer regionalen Wirtschaft liegt die Frage nahe, ob es nicht zweckmäßig sein könnte, mittels Ansiedlungspolitik dafür zu sorgen, daß Sektoren, die bislang in der Region nicht vertreten sind, etabliert werden. Solche – bislang fehlenden – Sektoren erweitern den regionalen Markt sowohl auf der Bezugsseite als auch auf der Absatzseite. (Daher handelt es sich nicht allein um die Substitution von Importen, sondern unter Umständen auch um die Substitution von Exporten.) Von solchen Analysen sollte man sich aber nicht zuviel versprechen. Das »Einpflanzen« eines Sektors bietet keine Gewähr dafür, daß dessen Produkte auch von den anderen regionalen Sektoren in nennenswertem Umfang bezogen werden, oder dafür, daß der neue Sektor seine Zwischennachfrage bei den anderen regionalen Sektoren befriedigt. Es kann also nur abgeschätzt werden, inwieweit Import- oder Exportsubstitution stattfinden könnte – nicht, inwieweit sie tatsächlich stattfindet²⁶. In diesem Zusammenhang dürfte es sich als zweckmäßig erweisen, nicht nur einen neuen Sektor mit Hilfe seiner typischen Inputstruktur zu beschreiben, sondern auch zu versuchen, eine typische Outputstruktur festzustellen und in die Analyse einzubeziehen.

Ein besonders aktuelles Beispiel für die Erweiterung eines Input-Output-Systems um neue Sektoren ist der Einbau von Sektoren, die für den Bereich des Umweltschutzes von Bedeutung sind. So können im Bereich der Trans-

aktionsmatrix Sektoren eingebaut werden, die von anderen Sektoren produzierte Schadstoffe aufnehmen und für Qualitätsverbesserungen der betroffenen Medien sorgen²⁷. Zu nennen ist hier beispielsweise die Entlastung von Luft und Wasser.

Die Input-Output-Tabelle im Anhang (Gliederungspunkt 5.1) ist dadurch entstanden, daß in das zu Anfang dargestellte Zwei-Sektoren-Mengenmodell (Anhang, Gliederungspunkt 1) ein zusätzlicher Sektor 3 eingeführt worden ist. Dieser Sektor sei als ein – funktioneller – Umweltschutzsektor zu interpretieren, d. h. als ein Sektor, in dem neugeschaffene Einrichtungen zur Reinigung von Luft (von Rauch und Abgasen) – technische Einrichtungen, die z. B. in luftbelastenden Betrieben installiert wurden – zusammengefaßt sind. In der Tabellenzeile des Sektors 3 wird die von den Sektoren 1 und 2 verursachte Luftverschmutzung (in Mengeneinheiten) erfaßt, die teilweise (d. h. soweit nicht ungereinigt an die Endnachfrage, etwa private Haushalte, abgegeben) der Input für das neueingeführte Luftreinigungsverfahren ist. In der Tabellenspalte des Sektors 3, die den Prozeß der Luftreinigung beschreibt, sind neben dem Input an verschmutzter Luft (in unserem Beispiel = 33,93 Mengeneinheiten) die als Input benötigten Vorleistungen der anderen Sektoren enthalten (in unserem Beispiel werden nur von Sektor 2 [6,79] Mengeneinheiten bezogen). Durch die Veränderung der intersektoralen Produktionsbeziehungen infolge der Einführung des Sektors 3 wird eine Veränderung in der Produktionshöhe bei allen anderen Sektoren und auch eine Veränderung des Arbeitsinputs bewirkt. Solche Veränderungen beschreiben mögliche Konsequenzen des Umweltschutzes und können durch das Input-Output-Modell erfaßt oder abgeschätzt werden. Für das Input-Output-Modell ist zunächst von Bedeutung, daß sich die Matrix der Inputkoeffizienten (A) und damit auch die Matrixmultiplikatoren (d. h. die Matrix $[I-A]^{-1}$) verändern (vgl. Anhang, Gliederungspunkt 5.2)²⁸. Hinzu kommt, daß die Endnachfragekomponente Y_3 anders zu interpretieren ist als z. B. Y_1 und Y_2 .

Die Zusammenhänge werden deutlich, wenn wir von folgender Definitionsgleichung für den Sektor 3 ausgehen:

$$X_3 = 0,50 X_1 + 0,20 X_2 - Y_3$$

Die Koeffizienten 0,50 und 0,20 geben an, wieviel Mengeneinheiten Luftverschmutzung je Produktionseinheit des

24 Vgl. hierzu: Strassert, G.: Möglichkeiten und Grenzen . . . , a. a. O., S. 96 ff. / Streit, M.: Über die Bedeutung des räumlichen Verbunds im Bereich der Industrie. – Köln 1967. = Schriftenreihe Annales Universitatis Saraviensis, H. 27. / Gosh, A.: Input-output-analysis with substantially independent groups of industries. In: *Econometrica*. 28. Jg. (1960) S. 88 ff.

25 Vgl. zur generellen Problematik Hoffmann, L.: Importsubstitution und wirtschaftliches Wachstum in Entwicklungsländern. – Tübingen 1970.

26 Ganz abgesehen davon, daß zu prüfen ist, ob eine bestimmte Importsubstitution unter volkswirtschaftlichen Aspekten als sinnvoll angesehen werden kann oder nicht. (Vgl. hierzu Hoffmann, L.: Importsubstitution . . . , a. a. O.).

27 Vgl. Leontief, W.: Environmental repercussions and the economic structure: an input-output-approach. In: *The Review of Economics and Statistics*. Bd. 52 (1970) S. 262 ff. / Vgl. Thoss, R.: Ökonomische Aspekte des Umweltschutzes. Manuskript, Münster 1972. / Lebbert, B.: Die volkswirtschaftlichen Kosten des Umweltschutzes. Ein erweitertes Input-Output-System. In: *Weltwirtschaftliches Archiv*. Bd. 108, (1972), H. 2, S. 298 ff.

28 Die Matrix A wird insofern verändert, als sie um eine Spalte und eine Zeile erweitert wird. Dabei ist zu beachten, daß die Koeffizienten in der dritten Spalte (mit Ausnahme der Diagonalen) im Prinzip den übrigen Inputkoeffizienten entsprechen (in unserem Beispiel – Anhang, Gliederungspunkt 5.2 – wird der Einfachheit halber lediglich ein weiterer Inputkoeffizient eingeführt), während das für die Koeffizienten in der dritten Zeile nicht zutrifft. (Vgl. auch die nächste Anmerkung.)

Sektors 1 bzw. 2 anfallen. Der Sektor 3 wird in der Regel nicht die gesamte von den Sektoren 1 und 2 verschmutzte Luft reinigen; vielmehr wird ein Teil der verschmutzten Luft als im Prinzip unerwünschte Beigabe an die Endnachfrage – die privaten Haushalte – abgegeben. Der Sektor 3 muß also nur in dem Maße produzieren (Luft reinigen), wie die privaten Haushalte nicht bereit sind, verschmutzte Luft zu tolerieren. Die Endnachfragekomponente Y_3 gibt also an, wieviel verschmutzte Luft von den privaten Haushalten toleriert wird; die darüber hinausgehende Menge ist vom Sektor 3 zu reinigen.

In bezug auf den Sektor 3 ergeben sich also definitorische Besonderheiten, die das übliche Input-Output-Modell modifizieren²⁹. Die üblichen Rechenoperationen führen zu den im Anhang, Gliederungspunkt 5.2, aufgeführten Bestimmungsgleichungen, die zu umweltschutzrelevanten Wirkungsanalysen verwendet werden können. Nehmen wir z. B. an, die privaten Haushalte seien nicht mehr bereit, 30 Mengeneinheiten Luftverschmutzung, sondern nur noch die Hälfte zu tolerieren ($Y_3 = 15$). Bei Aufrechterhaltung der übrigen Endnachfrage ($Y_1 = 55$, $Y_2 = 30$) zeigt sich, daß die Produktion aller Sektoren zunehmen muß: bei Sektor 1 von rd. 105 auf rd. 107, bei Sektor 2 von rd. 58 auf rd. 63 und bei Sektor 3 von rd. 34 auf rd. 51.

Der Entscheidungsbereich der privaten Haushalte bezüglich der absoluten Höhe von Y_3 liegt zwischen den beiden Extremen $Y_3 = 0$ und $Y_3 = \text{rd. } 68$. Im ersten Fall lehnen es die privaten Haushalte ab, durch im Produktionsprozeß verschmutzte Luft belastet zu werden, im zweiten Fall tolerieren sie die Luftverschmutzung in vollem Umfang und verzichten auf die Einrichtung eines Umweltschutzsektors.

Bei knappen Ressourcen bedeutet ein Mehr an Umweltschutz, daß Ressourcen aus anderen Verwendungen abgezogen werden. Dementsprechend muß zugunsten des Umweltschutzes auf Produktion in anderen Sektoren verzichtet werden. Eine solche Opportunitätskostenbetrachtung

läßt sich mit Hilfe eines Input-Output-Modells nur durchführen, wenn Kapazitätsbeschränkungen für die Ressourcen eingeführt werden³⁰. Nehmen wir an, der Arbeitsinput könne insgesamt 362 Einheiten (vgl. Anhang, Gliederungspunkt 5.1) nicht übersteigen. Erhöhen die privaten Haushalte ihre Ansprüche an die Qualität der Luft, so bedeutet dies – wie oben am Beispiel $Y_3 = 15$ bereits dargelegt –, daß die Produktion aller Sektoren zunehmen müßte. Bei nicht vermehrbaren Ressourcen (hier Arbeitsinput) ist dies jedoch insgesamt nicht möglich. Ein Mehr an Umweltschutz (hier Luftreinheit) ist demnach nur erreichbar, wenn die Endnachfrage bei anderen Sektoren (hier Y_1 und/oder Y_2) reduziert wird und somit Ressourcen freigesetzt werden³¹.

4. Schlußbemerkungen

Die Verwendungsmöglichkeiten von (regionalen) Input-Output-Modellen konnten im Rahmen dieser Abhandlung nur skizzenhaft und nicht erschöpfend dargestellt werden. Sicherlich ist auch das Anwendungsfeld der Input-Output-Analyse noch keineswegs voll erschlossen. Beispielsweise sei auf den Versuch hingewiesen, auch den ökologischen Bereich als ein Input-Output-System zu sehen³² und mit dem bisher üblichen Input-Output-System im Interesse einer umfassenden ökologisch-ökonomischen Analyse zu verbinden. Input-Output-Analysen sind – vor allem in Verbindung mit einem Programmierungsansatz – ein wichtiges Hilfsmittel zur Quantifizierung von Zusammenhängen, über die in der täglichen Politik befunden werden muß. Allerdings muß die Verlässlichkeit solcher Entscheidungshilfen in Anbetracht methodischer und empirischer Unzulänglichkeiten immer wieder überprüft werden, verbunden mit dem ständig neuen Versuch, zwischen Komplexität der Modelle und Datenmängeln einen optimalen Kompromiß zu schließen³³.

29 Insbesondere ist zu beachten, daß die Luftverschmutzungskoeffizienten weder Outputkoeffizienten, die als Absatzquoten zu interpretieren sind (vgl. Anhang, Gliederungspunkte 3.1 und 4) darstellen, noch einfach als negative Inputkoeffizienten interpretiert werden können. Der üblichen Definition entsprechend, geben Inputkoeffizienten nur den produktionsbedingten Vorleistungsinp ut an, während hier Gesamtquoten ausgewiesen werden. Damit hängt zusammen, daß in der Input-Output-Tabelle beim Sektor 3 in der Diagonalen die Produktion des Sektors 3, d. h. die Menge gereinigter Luft, ausgewiesen wird und Y_3 die von den privaten Haushalten tolerierte Menge an Luftverschmutzung darstellt.

30 Vgl. hierzu Gliederungspunkt 3.2 (Bestimmung von Endnachfragevektoren).

31 So gesehen, haben die privaten Haushalte also nur die Wahl, verschmutzte Luft zu tolerieren oder auf Endnachfragegüter zu verzichten.

32 Vgl. Isard, W.: Some notes on the linkage of ecologic and economic systems. In: Regional Science Association Papers. 22. Jg. (1969) S. 85 ff. / Kneese, A. V.; R. U. Ayres; R. C. d'Arge: Economics and the environment: a materials balance approach. – Baltimore 1970. / Victor, P. A.: Pollution: economics and environment. – London 1972.

33 Vgl. hierzu Alonso, W.: Predicting best with imperfect data. In: Journal of the American Institute of Planners. 34. Jg. (1968) Nr. 4, S. 248–255.

Anhang

Zahlenbeispiele zur Erläuterung der Input-Output-Modelle

1. Mengenmodell; geschlossene Volkswirtschaft, zwei Sektoren

1.1 Input-Output-Tabelle (Inputkoeffizienten in Klammern)

► Output ▼ Input	Zwischennachfrage		Endnachfrage (Y)	Gesamtoutput (X)
	Sektor 1	Sektor 2		
Sektor 1	25 (0,25)	20 (0,40)	55	100
Sektor 2	14 (0,14)	6 (0,12)	30	50
Wertschöpfung (Arb.input)	80	180		

Mengeinheiten S_1 Mengeinheiten S_2

1.2 Input-Output-Modell (Zur Berechnung der endnachfrageabhängigen sektoralen Produktionen)

In Matrixschreibweise:

$$X = (I - A)^{-1} Y;$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,25 & 0,40 \\ 0,14 & 0,12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,75 & -0,40 \\ -0,14 & 0,88 \end{pmatrix}$$

$$(I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,457 & 0,662 \\ 0,232 & 1,242 \end{pmatrix} \leftarrow \text{sog. Matrixmultiplikatoren}$$

Berechnung der endnachfrageabhängigen sektoralen Produktionen:

Matrix der Endnachfrage-
Matrixmultiplikatorenvектор

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} Y_1 + m_{12} Y_2 = \text{Ges.output Sektor 1} \\ m_{21} Y_1 + m_{22} Y_2 = \text{Ges.output Sektor 2} \end{pmatrix}$$

$$X_1 = 1,457 \cdot 55 + 0,662 \cdot 30 = \sim 100$$

$$X_2 = 0,232 \cdot 55 + 1,242 \cdot 30 = \sim 50$$

2. Preismodell (geschl. Volkswirtschaft, zwei Sektoren) zur Berechnung von Preisen für die sektoralen Mengeneinheiten in Abhängigkeit von Annahmen über die sektorale Wertschöpfung (V)

In Matrixschreibweise:

$$P = (I - A')^{-1} \cdot V$$

Die Wertschöpfung je Produkteinheit entspricht der Differenz zwischen Preis und Inputkosten je Produkteinheit. Daher gilt:

$$P_1 - 0,25 p_1 - 0,14 p_2 = V_1$$

$$P_2 - 0,40 p_1 - 0,12 p_2 = V_2$$

Das Preismodell enthält zwar dieselben Koeffizienten wie das Mengenmodell, jedoch in anderer Anordnung:

$$\text{transponierte Koeffizientenmatrix } A' = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,14 \\ 0,40 & 0,12 \end{pmatrix}$$

Matrixmultiplikatoren für das Preismodell

$$(I - A')^{-1} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,457 & 0,232 \\ 0,662 & 1,242 \end{pmatrix}$$

Berechnung der wertschöpfungsabhängigen Preise für die sektoralen Mengeneinheiten

Annahmen über die Wertschöpfung:

$$V_1 = 0,80 \text{ DM/Mengeinheit Sektor 1}$$

$$V_2 = 3,60 \text{ DM/Mengeinheit Sektor 2}$$

$$\begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} w_{11} v_1 + w_{12} v_2 = \text{Preis/ME Sektor 1} \\ w_{21} v_1 + w_{22} v_2 = \text{Preis/ME Sektor 2} \end{pmatrix}$$

$$P_1 = 1,457 \cdot 0,80 + 0,232 \cdot 3,60 = \sim 2,- \text{ DM}$$

$$P_2 = 0,662 \cdot 0,80 + 1,242 \cdot 3,60 = \sim 5,- \text{ DM}$$

3. Wertmodell

3.1 Input-Output-Tabelle mit Werten (Menge $\times$ Preis)

– vgl. Gliederungspunkte 1 und 2

► Output ▼ Input	Zwischennachfrage		Endnachfrage	Gesamtoutput
	Sektor 1	Sektor 2		
Sektor 1	50 (0,25) [0,25]	40 (0,16) [0,20]	110	200
Sektor 2	70 (0,35) [0,28]	30 (0,12) [0,12]	150	250
Wertschöpfung	80	180	► ▼ 260 (BIP)	
Gesamtinput	200	250		

In runden Klammern: Inputkoeffizienten (vgl. Gliederungspunkt 3.2).

In eckigen Klammern: Outputkoeffizienten für Gliederungspunkt 4.

3.2 Input-Output-Modell

$$A = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,16 \\ 0,35 & 0,12 \end{bmatrix}; (I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1,456 & 0,265 \\ 0,579 & 1,242 \end{bmatrix}$$

Berechnung der endnachfrageabhängigen Produktionen:

$$X_1 = 1,456 \cdot 110 + 0,265 \cdot 150 \sim 200$$

$$X_2 = 0,579 \cdot 110 + 1,242 \cdot 150 \sim 250$$

4. Input-Output-Modell auf der Basis von Outputkoeffizienten

In Matrixschreibweise: $X = (I - B)^{-1} \cdot V$

$$B = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,28 \\ 0,20 & 0,12 \end{pmatrix}$$

Matrixmultiplikatoren auf der Basis von Outputkoeffizienten

$$(I - B)^{-1} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,457 & 0,462 \\ 0,331 & 1,242 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} z_{11} v_1 + z_{12} v_2 = \text{Ges.output bzw. Bruttprod.wert des Sektors 1} \\ z_{21} v_1 + z_{22} v_2 = \text{Ges.output bzw. Bruttprod.wert des Sektors 2} \end{pmatrix}$$

$$X_1 = 1,457 \cdot 80 + 0,462 \cdot 180 = \sim 200$$

$$X_2 = 0,331 \cdot 80 + 1,242 \cdot 180 = \sim 250$$

5. Input-Output-Modell mit Umweltschutzsektor (Sektor 3) – Erweitertes Mengenmodell (vgl. Gliederungspunkt 1.1)

5.1 Input-Output-Tabelle

► Output ▼ Input	Zwischennachfrage			Endnachfrage (Y)	Gesamtoutput (X)	
	Sektor 1	Sektor 2	Sektor 3			
Sektor 1	26,12 (0,25)	23,37 (0,40)	0	55	104,50	ME S ₁
Sektor 2	14,63 (0,14)	7,01 (0,12)	6,79 (0,20)	30	58,43	ME S ₂
Sektor 3	52,25 (0,50)	11,68 (0,20)	– 33,93 0	30		
Arbeitsinput	83,60	210,34	67,86			

5.2 Input-Output-Modell

$$A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,40 & 0 \\ 0,14 & 0,12 & 0,20 \\ 0,50 & 0,20 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(I - A) = \begin{pmatrix} 0,75 & -0,40 & 0 \\ -0,14 & 0,88 & -0,20 \\ 0,50 & 0,20 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,573 & 0,749 & -0,149 \\ 0,449 & 1,404 & -0,280 \\ 0,876 & 0,655 & -1,131 \end{pmatrix}$$

Berechnung der endnachfrageabhängigen sektoralen Produktionen:

$$X_1 = 1,573 \cdot 55 + 0,794 \cdot 30 - 0,149 \cdot 30 \sim 104,50$$

$$X_2 = 0,449 \cdot 55 + 1,404 \cdot 30 - 0,280 \cdot 30 \sim 58,43$$

$$X_3 = 0,876 \cdot 55 + 0,655 \cdot 30 - 1,131 \cdot 30 \sim 33,94$$